Určite definičný obor ako elementárnu oblasť a vypočítajte parciálne derivácie funkcie druhého rádu:

1. $f\{x,y\} = \dfrac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$
2. $f(x,y) = \sqrt{1 - \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2}}$
3. $f(x,y) = \sqrt{x^2 - y^2}$
4. $f(x,y) = \ln\dfrac{y - x + 1}{x + y + 5}$
5. $f(x,y) = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y} \qquad (-\infty, \infty)$
6. $f(x,y) = \arcsin\dfrac{x}{y}$
7. $f(x,y) = \arccos\dfrac{\sqrt{x}}{y^2}$
8. $f(x,y) = 1 - 3\arccos(2x - y + 3)$
9. $f(x,y) = e^{\frac{x}{y}}\ln\dfrac{x}{y}$
10. $f(x,y) = \sin^2(x - y) - \sin^2 x + \sin^2 y$

Nájdite totálny diferenciál:

11. $z = \sqrt{x^2 - y^2}$
12. $z = \sqrt{2x^2 + y^2 + 1}$
13. $z = \arccos\dfrac{x}{y}$
14. $z = x - 3y\arccos(2x - y + 3)$
15. $z = (2x - 3y)^{5x+4y}$
16. $z = (2x + \sin 3y)^{\ln x + 4y}$

Napíšte rovnicu dotykovej roviny normály k ploche $z = f(x,y)$ v bode :

21. $z = x^2 + y^2$ v bode $A = [1, -1, ?]$
22. $zx^2 + zy^2 = 4$ v bode $A = [-2, 0, ?]$
23. $xyz = 1$ v bode $A = (1, 2, ?)$

Nájdite extrémy funkcie:

25. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
26. $z = x^3 - 6xy + 8y^3 + 1$
27. $z = 2xy - 4x - 2y$
28. $z = -x^2 - xy - y^2 + 3x + 6y$
29. $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$

Nájdite maximálnu a minimálnu hodnotu funkcie:

30. $z = x + y$ keď $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$
31. $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ keď $x + y = 2$
32. $z = xy,$ keď $x^2 + y^2 = 2$

33. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie $z = x^2 + xy + y^2 + 3x - 6y + 20$ vo vnútri a na stranách trojuholníka s vrcholmi $A = [0,0], B = [5,0], C = [0,-5]$

34. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie z = x + 2y na $M = \{[x, y], x^2 + y^2 \le 9\}$

35. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie $z = x^2 + 2y^2$ na $M = \{[x, y], x^2 + y^2 \le 4 \wedge x \ge 0\}$

36. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie $z = xy + y^2 + 3x - 6y + 20$ vo vnútri a na stranách trojuholníka s vrcholmi $A = [5,5], B = [5,0], C = [0,-5]$

37. Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu funkcie $z = x^2 + 3xy + y^2 + 3x - 6y + 20$ vo vnútri a na stranách štvorca s vrcholmi $A = [0,0], B = [5,0], C = [5,5], D = [0,5]$

Zameňte poradie integrovania:

$$\int_0^1 \left[\int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x, y)dy \right] dx \qquad \int_{-1}^1 \left[\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y)dy \right] dx$$

$$\int_0^1 \left[\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} f(x, y)dx \right] dy \qquad \int_0^1 \left[\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y)dx \right] dy$$

$$\int_0^2\left[\int_{2x}^{6-x} f(x,y)dy\right]dx \qquad\qquad \int_0^1\left[\int_0^{x^2} f(x,y)dy\right]dx+\int_1^3\left[\int_0^{\frac{3-x}{2}} f(x,y)dy\right]dx$$

Vypočítajte:

$\iint_A (x-y)dxdy,$ ak **A** je ohraničená priamkami $y=0, y=x, x+y=2$

$\iint_A (x^2+y)dxdy,$ ak **A** je ohraničená parabolami $y=x^2$ a $y^2=x$

$\iiint_A \frac{y}{x^2+y^2}dxdy,$ ak **A** je ohraničená parabolou $y^2=2x$ a priamkou $y=x$

$\iint_A e^{x/y}dxdy,$ ak množina **A** je ohraničená parabolou $y^2=x$ a priamkami $x=0, y=1$ a $y=2$

$\iint_A \frac{x^2}{y^2}dxdy,$ ak množina A je ohraničená čiarami $y=1/x, y=4x, x=3$

Vypočítajte trojné integrály:

$\iiint_I [(4x^2+4xy+y^2-8x-4y+1)/5]dxdydz,$ ak $I=\langle 0,1\rangle\times\langle 0,2\rangle\times\langle 0,3\rangle$

$\iiint_I xy^2z^{1/2}dxdydz,$ ak $I=\langle -2,1\rangle\times\langle 1,3\rangle\times\langle 2,4\rangle$

$\iiint_{Ii} 2e^{3x+2y+z}dxdydz,$ ak $I=\langle 0,1\rangle\times\langle 0,1\rangle\times\langle 0,1\rangle$

$\iiint_I y^2z\cos x\ dxdydz,$ ak $I=\langle 0,2p\rangle\times\langle 0,b\rangle\times\langle -a/2,a/2\rangle$

$\iiint_A \frac{1}{x+y+1}dxdydz,$ ak $A:\ x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0, x+y+z\le 1$

$\iiint_A (2x+3y-z)dxdydz,$ ak $A:\ z=0, z=a, x=0, y=0, x+y=b, a>0, b>0$

$\iiint_A \frac{1}{(x+y+z+1)^3}dxdydz,$ ak $A:\ x=0, y=0, z=0, x+y+z=1$

$\iiint_a y\cos(z+x)dxdydz, A:\ y=\sqrt{x}, y=0, z=0, x+z=p/2$

Vypočítajte dvojné integrály na oblasti *A* transformáciou pomocou polárnych súradníc:

$\iint_A (1-2x-3y)dxdy,\ A\ je\ kruh\ x^2+y^2\le 2$

$\iint_A (x^2+y^2)dxdy,\ A\ je\ štvrťkruh\ x^2+y^2\le a^2, x\ge 0, y\ge 0$

$\iint_A \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,dxdy,\ A\ je\ kruh\ x^2 + y^2 \le ax$

$\iint_A \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2}\,dxdy,\ A\ je\ medzikružie\ I \le x^2 + y^2 \le e$

$\iint_A \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy,\ A\ je\ medzikružie\ p^2 \le x^2 + y^2 \le 4p^2$

$\iint_A arctg\,\frac{y}{x}\,dxdy,\ A\ je\ časť\ medzikružia\ 1 \le x^2 + y^2 \le 9, y \le x\sqrt{3}, y \ge \frac{x}{\sqrt{3}}$

Vypočítajte trojné integrály na množine *A* transformáciou pomocou cylindrických súradníc:

$\iiint_A dxdydz,\ A: x^2 + y^2 \le 1, x \ge 0, 0 \le z \le 6$

$\iiint_A z\sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz,\ A\ je\ oblasť\ ohraničená\ rovinami\ y = 0, z = 0, z = a, (a > 0)$ a valcovou plochou $x^2 + y^2 = 2x$

$\iiint_A (x^2+y^2)\,dxdydz,\ A\ je\ množina\ ohraničená\ paraboloidom\ 2z = x^2 + y^2\ a\ rovinou\ z = 2$

Nájdite objemy valcovitých telies ohraničených danými plochami:

Rovinami $x = 0, y = 0, z = 0, x = 2, y = 3, x + y + z = 4$

Valcovou plochou $y = x^2$ a rovinami $z = 0, y + z = 2$

Valcovými plochami $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}$ a rovinami $z = 0, x + z = 6$

Dvoma rotačnými valcami s rovnakým polomerom R, ktorých osi sa kolmo pretínajú.

Paraboloidmi $z = 4 - x^2 - y^2, 2z = 2 + x^2 + y^2$

Paraboloidom $2z = x^2 + y^2$ a kužeľovou plochou $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

Paraboloidom $cz = x^2 + y^2$, valcom $x^2 + y^2 = ax$ a rovinou $z = 0$

Valcovými plochami $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 2y,$ a rovinami $z = 2y + x$ a $z = 0$